ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

I. Équations différentielles

Définition : Une **équation différentielle** est une équation dont l'inconnue est une fonction.

Exemples : y' = 2 , y' = x² , y' = 2y , y' + y = 1

II. Solutions d'une équation différentielle

Propriété : Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay$, $a \in \mathbb{R}$, sont les fonctions de la forme $x \longmapsto ke^{ax}$, où k est une constante réelle quelconque.

- Savoir résoudre une équation différentielle du type $y' = ay$

On considère l'équation différentielle $3y' + 5y = 0$.

1) a) Déterminer la forme générale des solutions de l'équation.
   b) Représenter à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel, quelques courbes des fonctions solutions.
2) Déterminer l'unique solution telle que $y(1) = 2$.

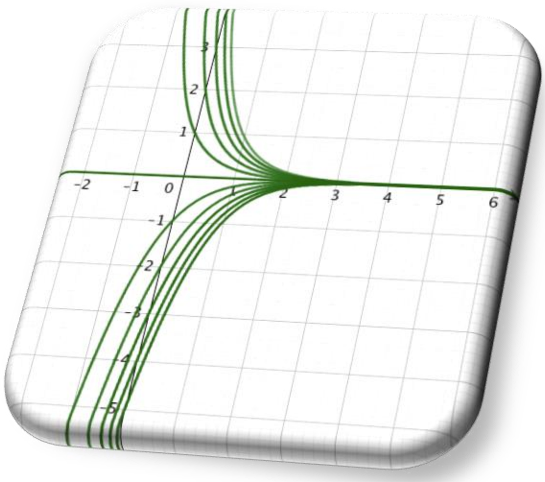
1) a) $3y' + 5y = 0$

$3y' = -5y$

$y' = -\frac{5}{3}y$

Les solutions sont de la forme : $y(x) = ke^{-\frac{5}{3}x}$, $k \in \mathbb{R}$.

b) Pour différentes valeurs de k, on obtient :



2) $y(1) = 2$

Donc : $ke^{-\frac{5}{3}\times 1} = 2$

$ke^{-\frac{5}{3}} = 2$

$k = 2e^{\frac{5}{3}}$

Et donc : $y(x) = 2e^{\frac{5}{3}}e^{-\frac{5}{3}x} = 2e^{\frac{5}{3}-\frac{5}{3}x} = 2e^{\frac{5}{3}(1-x)}$

Propriété : Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay + b$ sont les fonctions de la forme $x \longmapsto ke^{ax} - \frac{b}{a}$, où $k \in \mathbb{R}$.

- Savoir résoudre une équation différentielle du type $y' = ay$ + b

Résoudre l'équation différentielle (E) : $2y' - y = 3$.

Exercices : n° 11 page 125 + n° 60 à 63 page 129 + n° 66 et 68 pages 129 et 130.